

# US331Q - Complexité paramétrée et Approximation Polynomiale

## Présentation

### Prérequis

Cours de complexité de base (classes P et NP, algorithmes polynomiaux et pseudo-polynomiaux, etc.)

### Objectifs pédagogiques

1. Apprendre les notions de base en approximation polynomiale, et en conception d'algorithmes approchés.
2. Apprendre à analyser le ratio d'approximation d'un algorithme approché.
3. Apprendre les notions de base en complexité paramétrée, et en conception d'algorithmes FPT.
4. Apprendre les notions de base en calcul de noyau pour les problèmes paramétrés, et en analyse de la taille des noyaux obtenus.

### Compétences

Savoir concevoir des algorithmes approchés simples, combinatoires ou à l'aide de techniques de programmation mathématique, et analyser leur ratio d'approximation

Savoir établir des résultats d'inapproximabilité simples (sous certaines hypothèses de complexité).

Savoir concevoir des algorithmes FPT simples, et savoir montrer qu'un problème n'admet pas d'algorithmes FPT (sous certaines hypothèses de complexité).

Savoir calculer des noyaux à l'aide de règles de réduction simples.

## Programme

### Contenu

- Panel d'exemples d'algorithmes d'approximation polynomiale sur des problèmes classiques. Classes des problèmes d'optimisation et de leur approximabilité (en particulier PO, NPO, APX, PTAS, FPTAS, EPTAS, AAPX, APX $\infty$ , PTAS $\infty$ ). Relation entre l'appartenance à la classe FPTAS et la NP-complétude au sens fort des problèmes d'optimisation.
- Approximabilité et programmation linéaire. Conception d'algorithmes d'approximation probabilistes. Technique d'arrondi, arrondi probabiliste, déterminisation, dual fitting et schéma primal-dual pour la conception d'algorithmes approchés.
- Inapproximabilité, et notion de rapport serré. Réductions préservant les rapports d'approximation, et réductions GAP. Notion et exemples de complétude. Introduction au théorème PCP.
- Paramétrisation de problèmes de NP. Définition des classes de base en complexité paramétrée : hiérarchie des classes  $W[t]$ , classes FPT et XP. Notion de FPT-réduction, et conséquences basées sur la  $W[1]$ -difficulté du problème de clique. Conception d'algorithmes FPT via les arbres de recherche bornés. Liens avec l'approximation polynomiale, et notamment avec l'existence d'EPTAS.
- Notion de (calcul de) noyau en complexité paramétrée. Équivalence entre l'existence d'un noyau et celle d'un algorithme FPT. Exemples de calcul de noyaux, quadratiques ou linéaires, pour une sélection de problèmes (transversal minimum,  $\text{MAX 3-SAT}$ ,  $\text{MAX}$ -

Mis à jour le 12-02-2024



**Code : US331Q**

Unité spécifique de type cours

2 crédits

**Responsabilité nationale :**

EPN05 - Informatique / 1

**Contact national :**

Recherche opérationnelle

2D4P20, 33-1-10, 2 rue Conté

75003 Paris

01 40 27 22 67

[secretariat.ro@cnam.fr](mailto:secretariat.ro@cnam.fr)

MAX SAT, etc.), à l'aide de règles de réduction. Calcul de noyaux linéaires pour l'existence de certaines structures dans les graphes planaires (des stables, par exemple).

## Modalités de validation

- Examen final